Série 3 - Balistique

1 Portée maximale de tir

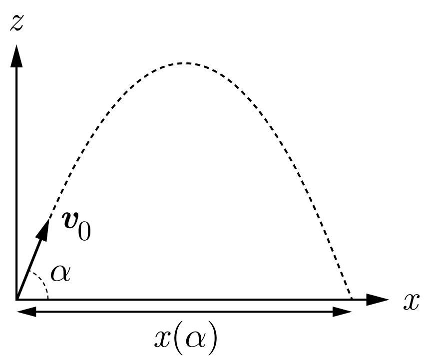
Objectif : Optimisation du mouvement balistique.

Théorie : 3.2 Balistique sans frottement ; 1.2 Calcul différentiel

Un projectile est tiré du sol avec une vitesse initiale $\boldsymbol{v_0}$ selon un angle de tir α par rapport à l'horizontale.

(a) Etablir les équations horaires selon les axes x et z.

(b) Déterminer l'angle α^* qui maximise la portée $x(\alpha)$ du tir.



2 Boules de neige

Objectif : Modélisation d'intersection entre deux mouvements balistiques.

Théorie : 3.2 Balistique sans frottement

Un étudiant du cours de physique générale s'engage dans une bataille de boules de neige avec un ami. Cet ami parvient à rattraper les boules et à les renvoyer immédiatement.

L'étudiant sait que pour qu'une boule de neige arrive à un point d'impact donné avec une vitesse initiale donnée, elle peut suivre deux trajectoires différentes correspondant à des angles de tirs et des temps de vols différents. Ainsi, pour gagner la partie, l'étudiant décide de jeter deux boules de neige, à des instants différents et avec des angles de tirs différents. La boule qui suit la trajectoire supérieure crée une diversion. Pendant que l'ami se prépare à l'attraper, la seconde boule arrive suivant la trajectoire inférieure et les deux boules le percutent simultanément ! Si les amis sont à une distance d l'un de l'autre et qu'ils lancent les boules avec une vitesse initiale de norme v_0 :

(a) Quels sont les angles de tirs ?

(b) Combien de temps faut-il attendre avant de jeter la deuxième boule ?

Application numérique : $d = 25$ m et $v_0 = 20$ m/s.

3 Accident

⦿ **Objectif** : Déterminer les conditions de collision entre un mouvement rectiligne uniformément accéléré (voiture) et un mouvement balistique (débris).

📖 **Théorie** : 2.2 Mouvement rectiligne ; 3.2 Balistique sans frottement

Un accident de la circulation survient dans une rue de Lausanne où la vitesse maximale autorisée est de 50 km/h. Une voiture renverse un piéton sur une chaussée sèche. L'enquêteur appelé sur les lieux constate :

- deux traces parallèles de freinage d'une longueur de $L = 60$ m et commençant $d = 15$ m avant l'axe du passage pour piéton d'un largeur de 4 m,
- des débris de phares à $d = 15$ m après l'axe du passage,
- les phares de la voiture sont à une hauteur de $h = 1$ m,
- la voiture peut avoir une décélération maximale de norme $a = 5.2$ m/s^2.

Quelles sont les responsabilités ? (vitesse du véhicule et position du piéton par rapport au passage au moment du choc).

4 Boule sur une barre tournante avec frottement visqueux

⦿ **Objectif** : Modéliser le mouvement de chute d'une boule en rotation soumise à un frottement visqueux.

📖 **Théorie** : 3.3.2 Poids ; 3.3 Balistique avec frottement.

★ **Examen** : Problème d'examen.

Une barre tournante fine de masse négligeable et de longueur ℓ coulisse sans frottement sec sur une tige verticale supposée très longue. Une boule de masse m, considérée comme un point matériel, est fixée à l'extrémité de la barre. La force exercée par la barre sur la boule est la tension,

$$\boldsymbol{T} = -T\,\hat{\boldsymbol{\rho}} \quad \text{où} \quad T > 0 \ ,$$

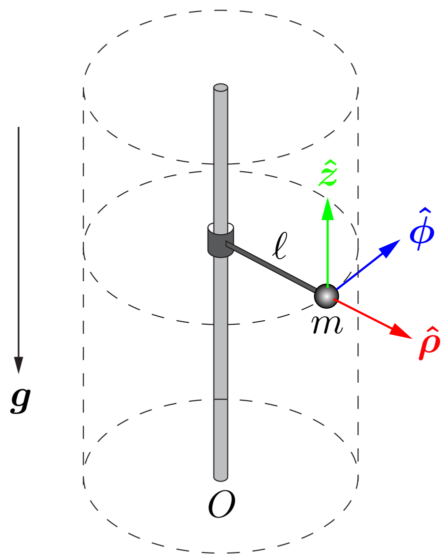
où $\hat{\boldsymbol{\rho}}$ est le vecteur unitaire orienté le long de la barre vers l'extérieur.

On suppose que la vitesse de la boule est suffisamment faible pour que la force de frottement visqueux ait lieu en régime laminaire. Le vecteur vitesse de la boule s'écrit,

$$\boldsymbol{v} = \ell\dot{\phi}\,\hat{\boldsymbol{\phi}} + \dot{z}\,\hat{\boldsymbol{z}} \ ,$$

où $\phi\,(t)$ est l'angle azimutal qui définit l'orientation de la barre dans le plan horizontal et $\hat{\boldsymbol{\phi}}$ est le vecteur unitaire orthogonal à la barre dans ce plan. Le vecteur accélération de la boule s'écrit,

$$\boldsymbol{a} = -\,\ell\dot{\phi}^2\,\hat{\boldsymbol{\rho}} + \ell\ddot{\phi}\,\hat{\boldsymbol{\phi}} + \ddot{z}\,\hat{\boldsymbol{z}} \ .$$



Le vecteur position initiale $\boldsymbol{r}_0$ et le vecteur vitesse $\boldsymbol{v}_0$ initiale sont,

$$\boldsymbol{r}_0 = \ell\,\hat{\boldsymbol{\rho}} + z_0\,\hat{\boldsymbol{z}} \qquad \text{et} \qquad \boldsymbol{v}_0 = \ell\omega_0\,\hat{\boldsymbol{\phi}} \ ,$$

La boule est soumise au champ gravitationnel $\boldsymbol{g}$ de norme g.

(a) Déterminer les équations scalaire du mouvement selon l'axe vertical de vecteur unitaire $\hat{\boldsymbol{z}}$ et selon l'axe tangentiel de vecteur unitaire $\hat{\boldsymbol{\phi}}$ en les exprimant en terme du temps d'amortissement,

$$\tau = \frac{m}{b} \ .$$

(b) Déterminer l'équation d'évolution de la vitesse angulaire azimutale $\dot{\phi}\,(t)$.

(c) Déterminer l'équation d'évolution de la vitesse verticale $\dot{z}\,(t)$.

(d) Déterminer le vecteur vitesse limite de la boule,

$$\boldsymbol{v}_\infty = \lim_{t\to\infty}\,\boldsymbol{v}\,(t) \ .$$

(e) Déterminer l'évolution temporelle de la tension $\boldsymbol{T}\,(t)$ exercée par la barre sur la boule.